SEÇÃO DOSSIÊ TEMÁTICO

O desenvolvimento de competências em trigonometria por estudantes cegos

Developing trigonometry skills by blind studentes

Evanilson Landim[1]
Lícia de Souza Leão Maia[2]
Wilma Pastor de Andrade Sousa[3]

RESUMO

A presente discussão versa a respeito do processo de desenvolvimento de competências de seis estudantes cegos diante de tarefas vinculadas a saberes trigonométricos. Historicamente, o acesso das minorias à escola, dentre essas, os estudantes com deficiência, transitou por diferentes fases desde a exclusão até a pretendida inclusão educacional. O fato é que esse fenômeno tem exigido outra compreensão da dinâmica escolar, principalmente no sentido de ser um espaço que busca a garantia de direitos de forma equitativa. Na aula de Matemática, vêm à tona dificuldades que parecem prejudicar o atendimento dos estudantes cegos, o que, frequentemente, acontece em situações em que se empregam recursos com linguagem inadequada às características desse público, sobretudo com forte apelo à visualização, restrita ao sentido da visão. Neste texto, buscar-se-á responder à questão: *De que forma estudantes cegos desenvolvem competências relacionadas aos saberes trigonométricos?* Dessa maneira, tem-se como objetivo explicar o desenvolvimento de competências trigonométricas por estudantes cegos. Os participantes responderam a 28 tarefas organizadas em 4 blocos a partir de elementos do método clínico-piagetiano. A elaboração e a análise do instrumento de coleta de dados, isto é, o conjunto de tarefas propostas aos seis estudantes e suas análises, foram subsidiadas pela Teoria dos Campos Conceituais, que explica o desenvolvimento de competências pelo sujeito em ação. Os resultados apontaram que os estudantes pareciam conhecer muito pouco sobre os saberes empregados nas tarefas apresentadas, mesmo já sendo escolarizados nesses temas. Apesar disso, o uso de recursos acessíveis com atividades cuidadosamente planejadas, construídas e aplicadas em um cenário de confiança nas suas habilidades demonstraram que a deficiência não impossibilitou a explicitação de competências em saberes trigonométricos pelos estudantes participantes.

Palavras-chave: Matemática. Trigonometria. Deficiência Visual. Teoria dos Campos Conceituais.

ABSTRACT

This paper discusses the development of trigonometry skills by six blind students. Historically, access to education for minorities, including students with disabilities, has evolved from exclusion to inclusive education. This phenomenon

1 Universidade de Pernambuco (UPE), *Campus* Petrolina – Pernambuco, Brasil.
Doutor em Educação pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).
E-mail: evanilson.landim@upe.br

2 Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), *Campus* Recife – Pernambuco, Brasil.
Doutora em Sciences de L'education pela Université Paris Descartes, Paris V, França.
E-mail: liciaslma@hotmail.com

3 Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), *Campus* Recife – Pernambuco, Brasil.
Doutora em Linguística pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB).
E-mail: wilmapastor@hotmail.com

has required a different understanding of the dynamics of schooling, particularly in terms of ensuring equitable rights. In the context of mathematics classes, there are difficulties that seem to hinder the support provided to blind students. These difficulties often stem from resources that employ language and visuals inadequate to the characteristics of this population, which relies heavily on visual perception. This text aims to answer the question: How do blind students develop trigonometry-related competencies? Therefore, the objective is to explain the development of trigonometry skills by blind students. The participants responded to 28 tasks organized into 4 blocks, following elements of the clinical-piagetian method. The development and analysis of the data collection instrument, which consists of the set of tasks proposed to the six students and their analyses, were supported by the Theory of Conceptual Fields, which explains the development of competencies through the subject's actions. The results indicated that the students seemed to have very little knowledge of the trigonometric concepts employed in the presented tasks, despite being schooled in these topics. However, the use of accessible resources with carefully planned activities, built and implemented in an environment of trust in their abilities, demonstrated that their visual impairment did not hinder the development of trigonometry-related competencies by the participating students.

Keywords: Mathematics. Trigonometry. Visual Impairment. Theory of Conceptual Fields.

Introdução

A chegada de diferentes grupos à escola trouxe à tona as fragilidades e dificuldades de uma aprendizagem justa para todas as pessoas, ainda mais quando a instituição emprega práticas voltadas à homogeneização da classe. Na aula de Matemática, somam-se a isso outros embaraços, que parecem dificultar o atendimento aos estudantes de forma equitativa.

A situação assume contornos mais preocupantes quando se trata dos estudantes com deficiência, porque, além das habilidades necessárias à ação docente, o professor precisa também conhecer as especificidades desse público, que não pode ter o seu direito de aprender comprometido por peculiaridades físicas ou de outra natureza. "Respeitar a deficiência significa, entre outras coisas, não subestimar as possibilidades e nem superestimar as dificuldades." (FERNANDES, 2008, p. 103).

No caso dos estudantes cegos, por exemplo, nota-se a carência do uso de recursos com linguagem adequada às suas características, sobretudo pela relevância da visualização na forma como alguns saberes são abordados em classe. O texto apresentado é parte de uma tese de doutorado defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) intitulada *Nenhum a menos na aula de matemática: representações sociais de inclusão de estudantes com deficiência visual e seus impactos na aprendizagem de razões trigonométricas* (LANDIM, 2018), cujo objetivo foi justamente analisar como a escola reconhece a inclusão nas aulas de Matemática dos estudantes com deficiência de maneira geral, e dos estudantes com deficiência visual em particular, identificando de que forma esse entendimento pode afetar o ensino e a aprendizagem de Matemática, especificamente das razões trigonométricas.

O recorte aqui apresentado analisa, a partir da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1996), alguns elementos do desempenho de seis estudantes cegos já escolarizados nos saberes trigonométricos envolvidos na proposta. A coleta dos dados ocorreu a partir da vivência de 28 tarefas, utilizando elementos do método clínico-piagetiano.

2 Formação docente e a Educação Inclusiva

Na formação do professor da Educação Básica, é importante discutir meios que permitam ao docente identificar as principais características, potencialidades e dificuldades dos estudantes com os quais irá atuar. É certo que, assim como não é fácil prever os desafios e os problemas que os estudantes do futuro irão enfrentar, também não é simples reconhecer as características de todos os estudantes. Porém, é preciso ir de encontro à "maneira deficiente como se forma o professor" (D'AMBRÓSIO, 2008, p. 83).

D'Ambrósio (2008), ao refletir sobre a formação docente, aponta que os cursos de licenciatura em Matemática não preparam os professores para conhecerem as necessidades dos seus estudantes. Em função disso, um precioso tempo é ocupado com a aprendizagem de conteúdos obsoletos e ultrapassados.

Nesse contexto, Alarcão (2003) sugere que o professor de Matemática deve atuar como um provocador no sentido de que a aprendizagem ocorra a partir de um processo de investigação na sala de aula, de um refazer matemático. Toda proposta pedagógica que tenha como objetivo melhorar a qualidade da aprendizagem de Matemática dos estudantes da Educação Básica precisa valorizar e (re)discutir o processo de formação dos professores. Segundo Sadovsky (2007), ainda, é comum um ensino de Matemática que privilegia as fórmulas e as regras por meio de um treinamento cuja única preocupação é o acúmulo de conhecimentos. Contrariamente a essa prática tradicional, D'Ambrósio (1993, p. 36) indica que o objetivo do ensino de Matemática na escola é que

> os alunos tenham legítimas experiências matemáticas, ou seja, experiências semelhantes às dos matemáticos. Essas experiências devem se caracterizar pela identificação de problemas, solução desses problemas e negociação entre o grupo de alunos sobre a legitimidade das soluções propostas.

Essas proposições mostram que os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, ainda, apresentam dificuldades que comprometem a compreensão dos conceitos matemáticos. No caso dos estudantes com deficiência, a situação é mais preocupante porque, além das habilidades necessárias à ação docente, o professor precisa, também, conhecer as especificidades desse público, que não pode ter o seu direito de aprender comprometido por peculiaridades físicas ou intelectuais. Assim, é imprescindível que o respeito seja tomado como garantia de oportunidades na classe a fim de que seja assegurado o direito à educação de forma justa.

O fato é que a escola precisa garantir as condições necessárias para que os direitos à educação das pessoas com deficiência sejam assegurados, permitindo-lhes equidade nas condições de aprendizagem. Isso, dentre outras coisas, requer uma preocupação mais efetiva com a formação docente.

De acordo com o Censo 2010 (BRASIL, 2012), o percentual de brasileiros que apresenta algum tipo de deficiência (intelectual, motora, visual ou auditiva) corresponde a cerca de 24% da população do país. O mesmo estudo revela que 95% das crianças de 6 a 14 anos com deficiência estão na escola, o que reforça a preocupação com a aprendizagem dessas pessoas. Por isso, são necessárias políticas públicas que proporcionem aos docentes da Educação Básica formação adequada, para garantir a todos os estudantes as mesmas condições de aprendizagem; é difícil aprender quando a linguagem empregada não alcança o estudante.

Os professores, que atuam com estudantes com deficiência, precisam considerar as especificidades intelectuais, físicas, motoras, visuais ou auditivas desses grupos. Entretanto, de nenhum modo, isso pode representar uma condição menor para aprender. Pelo contrário, a aula inclusiva é aquela que não precisa ser adaptada para o estudante cego, para o estudante surdo ou para qualquer outro estudante; longe disso, ela é acessível a todos e deve assegurar a aprendizagem de forma justa, conforme as especificidades de cada um.

Ao invés da famigerada adaptação de materiais, o que se propõe é o *desenvolvimento inclusivo*. Entende-se por desenvolvimento inclusivo o planejamento de aula, a construção de recursos didáticos e a reorganização curricular que têm como ponto de partida as características dos estudantes que serão alcançados, sem prejuízos ao direito à aprendizagem que lhes é assegurado.

3 Saberes trigonométricos e o ensino na Educação Básica

A palavra trigonometria é constituída pelos termos *trígono,* que faz referência ao triângulo, e *metria,* que está associada à ideia de medir. Por isso, diz-se que a trigonometria é a parte da Matemática que analisa as relações entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo. Entretanto, essa definição tem-se tornado muito limitada para as diversas aplicações que, historicamente, foram dadas a esse campo da Matemática.

A origem da trigonometria é considerada como incerta (EVES, 2004); porém, sabe-se que ela nasceu com a busca de caminhos matemáticos que fossem capazes de explicar fenômenos relativos à astronomia, à agrimensura e à navegação, o que, provavelmente, ocorreu entre os séculos IV ou V a. C., com os egípcios e babilônios.

Na sala de aula, a abordagem de saberes trigonométricos é apontada pelos documentos curriculares (BRASIL, 2002; 2006; 2018) como relevante, sobretudo, porque permite o desenvolvimento de competências que estão ligadas a diversas aplicações cotidianas. O fato é que se deve evitar um investimento excessivo nos cálculos e procedimentos que visam apenas a repetição de técnicas e que pouco colaboram com o processo de conceitualização.

A *Base Nacional Comum Curricular*, BNCC, (BRASIL, 2018) propõe que o ensino de trigonometria inicie no 9º ano do Ensino Fundamental a partir do estudo da semelhança de triângulos e das relações métricas no triângulo retângulo. No Ensino Médio, esse tema deve ser retomado, ainda no 1º ano, a fim de que o estudante desenvolva competências como resolver e elaborar problemas em contextos que envolvam fenômenos periódicos e próprios de situações reais, a exemplo das ondas sonoras, dos movimentos cíclicos, dentre outros capazes de possibilitar a comparação do comportamento das suas representações, no plano cartesiano, com as funções seno e cosseno (BRASIL, 2018).

O ensino desse tema deve considerar saberes de que o estudante já dispõe, como o conceito de ângulo, a ideia de semelhança, dentre outros. Além disso, algumas pesquisas têm buscado apontar como ocorrem os processos de ensino e de aprendizagem dos conceitos trigonométricos, destacando uma diversidade de concepções e dificuldades relacionadas à abordagem da trigonometria na escola, a exemplo do pequeno espaço dedicado a conteúdos trigonométricos nos cursos de graduação (BRITO; MOREY, 2004) e da forma ortodoxa como o livro didático aborda esse tema, isto é, sem uma preocupação efetiva com a construção de significados e restrita ao triângulo retângulo (NACARATO, 2003). A soma dessas fragilidades tem contribuído para que estudantes não desenvolvam as expectativas de aprendizagem previstas no currículo para esse tema, conforme apontam Nacarato, Bredariol e Passos (2007).

Considerando que a BNCC (BRASIL, 2018) não apresenta recomendações metodológicas a respeito das estratégias que os professores devem considerar na abordagem de trigonometria, neste texto apresentam-se algumas proposições a esse respeito identificadas nas Orientações Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006). Nesse documento, a recomendação é que o trabalho do professor com as razões trigonométricas considere como ponto de partida o estudo de ângulos com medida entre 0º e 90º, ressaltando que, nesses casos, as definições devem ser justificadas pelas propriedades de semelhança de triângulos. Em seguida, o trabalho deve ser estendido para os ângulos com medida entre 90º e 180º.

Com relação aos métodos empregados pelo professor no ensino de trigonometria, Mendes (2001) sugere a proposição de atividades elaboradas a partir de contextos que considerem a história da Matemática. A ideia é que, dessa forma, o estudante possa construir os conceitos trigonométricos de modo mais investigativo, sem um compromisso com o rigor excessivo.

A dificuldade do professor na abordagem de trigonometria na sala de aula, vai além, muitas vezes, das questões metodológicas. Brito e Morey (2004) destacam que muitos professores tiveram pouca ou nenhuma experiência com o estudo da trigonometria na graduação, o que pode indicar que a forma de compreensão desse tema é um obstáculo ao seu ensino, sobretudo quando o professor fica restrito às mesmas estratégias da sua época de estudante da Educação Básica.

Consequentemente, o ensino desse campo conceitual não tem resultado em uma aprendizagem eficaz por parte dos estudantes, como indica estudo realizado por Nacarato, Bredariol e Passos (2007). Para Lopes, Victer e Souza (2014), o uso da história da trigonometria pode fazer com que o seu estudo tenha mais clareza e proporcione uma aprendizagem mais significativa. Diante disso, a proposta aqui apresentada procurou alinhar-se a contextos históricos como aqueles relacionados ao cálculo de distâncias ou medidas inacessíveis, conforme melhor mostrado nas Figuras 1 e 2 (presentes na Seção 5).

4 A Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) foi desenvolvida pelo psicólogo francês Gèrard Vergnaud a fim de explicar o processo de desenvolvimento das competências pelo sujeito em situação. Embora as competências sejam inteiramente operacionais, grande parte delas está implícita na ação do sujeito, o que dificulta o seu ensino. É por isso que, a partir da TCC, é possível compreender as ações do sujeito (MAIA, 2000).

A capacidade de mobilização dos conhecimentos na resolução de situações reais é o que Vergnaud (1996) denominou de competência. Apesar de uma competência sempre estar associada a uma ação, a questão é que nem todas as competências do indivíduo são evidentes a ponto de serem percebidas. A ação se torna operatória a partir da conceitualização do real.

A TCC propõe que o desenvolvimento de um conceito pode ocorrer mediante duas classes de situações:

a) o sujeito já possui os conhecimentos necessários à resolução de uma situação dada, o que faz com que a solução ocorra de modo automatizado e imediato;
b) o sujeito não possui os conhecimentos necessários, exigindo a mobilização de saberes pré-existentes até a elaboração de um novo conceito que conduza à compreensão e resolução do problema.

É por meio das situações cujo domínio, ainda, não foi completamente construído que o novo saber passa a integrar o percurso necessário ao processo de conceitualização. Considerando que, nesta pesquisa, interessa-se pela identificação do conhecimento implícito, a segunda situação é que oferece as condições favoráveis ao entendimento da forma como os estudantes com deficiência visual constroem os conceitos trigonométricos.

Para Vergnaud (1996), um conceito é formado pelo conjunto de situações (S) que lhe dão sentido e que, quando tratadas pelos sujeitos, apresentam procedimentos invariantes (I) que podem ser identificados pelas formas de ação dos indivíduos na mobilização de elementos cognitivos e pelas diversas representações simbólicas (&). Resumindo, um conceito se forma a partir da tríade S, I, &.

Na Teoria dos Campos Conceituais, são as situações ou os problemas a serem resolvidos que dão sentido ao conceito. Todavia, o sentido não está nas situações, tampouco nas formas de representação, mas, sim, na interação entre o indivíduo, as situações e os significantes. “Quando se diz que determinada palavra tem determinado sentido, remete-se, na realidade, para um subconjunto de esquemas, operando, assim, uma restrição no conjunto dos esquemas possíveis” (VERGNAUD, 1996, p. 179).

Vergnaud (1996) não concebe o ensino e a aprendizagem de um conceito de modo isolado, fragmentado, isto é, para ele, uma situação, por mais simples que possa parecer, sempre envolve diversos conceitos, do mesmo modo que um conceito nunca é tratado por um só tipo de situação; um conceito sempre trata de variadas situações. Essa compreensão a respeito da relação entre conceitos e invariantes operatórios o autor denominou de *campo conceitual*, o que pode ser entendido como um conjunto de situações que envolve diversos conceitos.

O estudo das razões trigonométricas pertence, também, ao campo conceitual das funções, que é formado por diversos outros conceitos, a saber: campo de validade do domínio dos elementos da função; estudo do ciclo trigonométrico (no caso das funções trigonométricas); análise do comportamento do gráfico de cada função, conforme sua lei de formação e os seus parâmetros; dentre outros.

5 Perspectivas metodológicas

Nesta pesquisa, apresenta-se parte da elaboração e da vivência de uma proposta de ensino envolvendo saberes trigonométricos, bem como suas características e propriedades, construída a partir dos pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais (LANDIM, 2018). As tarefas foram desenvolvidas com seis estudantes cegos, que frequentavam um instituto especializado em pessoas com deficiência visual, localizado em uma cidade da Paraíba. Na apresentação e análise dos resultados (Seção 6), os participantes foram identificados com nomes fictícios, a fim de preservar a privacidade de cada um.

Tabela 1. Perfil dos Participantes

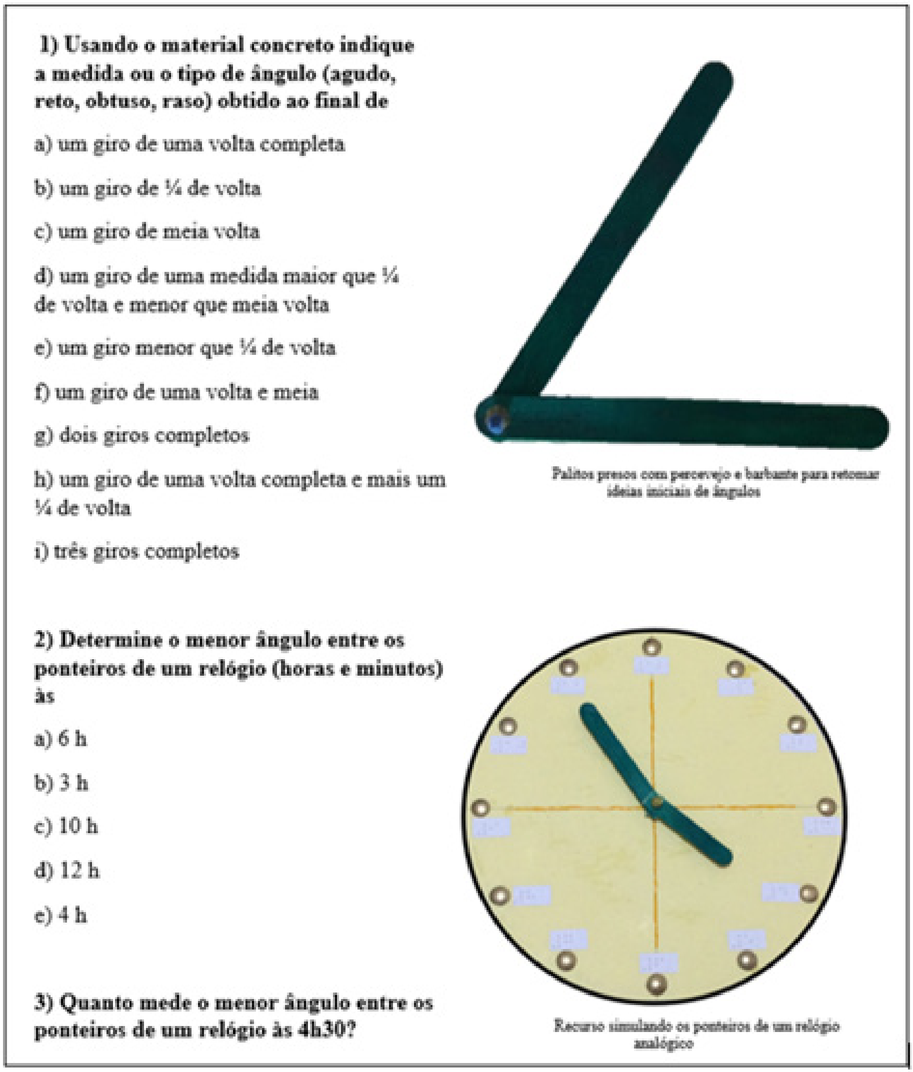
PERFIL		QUANTIDADE
GÊNERO	feminino	1
	masculino	5
	outro	0
IDADE	17 anos	3
	18 anos	2
	19 anos	1
ANO ESCOLAR	1º ano Ens. Médio	1
	2º ano Ens. Médio	1
	3º ano Ens. Médio	4

Fonte: Dados da pesquisa desenvolvida por Landim (2018).

Neste texto, analisa-se o desenvolvimento de competências trigonométricas por seis estudantes cegos a partir de 28 tarefas organizadas em dois momentos, conforme as Figuras 1 e 2. A técnica de coleta de dados recorreu a elementos do método clínico-piagetiano, que é caracterizado por Nunes, Carraher e Schliemann (2011) como uma estratégia que permite o entendimento das formas de raciocínio utilizadas pelos estudantes ao resolverem certa tarefa. Os participantes receberam materiais em relevo construídos com palitos, cola 3D, isopor, dentre outros itens (Figuras 1 e 2). De posse desses recursos, foram encorajados a manuseá-los, visando à abstração do que estava sendo proposto.

Os enunciados das tarefas foram disponibilizados em braille, de modo que os participantes pudessem ser o mais autônomos possível. Além disso, tinha-se como propósito identificar como os estudantes percebiam os saberes em análise, inclusive evitando uma formalização precoce.

Figura 1.Primeiro momento da Proposta de Ensino


1) Usando o material concreto indique a medida ou o tipo de ângulo (agudo, reto, obtuso, raso) obtido ao final de

a) um giro de uma volta completa

b) um giro de ¼ de volta

c) um giro de meia volta

d) um giro de uma medida maior que ¼ de volta e menor que meia volta

e) um giro menor que ¼ de volta

f) um giro de uma volta e meia

g) dois giros completos

h) um giro de uma volta completa e mais um ¼ de volta

i) três giros completos

Palitos presos com percevejo e barbante para retomar ideias iniciais de ângulos

2) Determine o menor ângulo entre os ponteiros de um relógio (horas e minutos) às

a) 6 h

b) 3 h

c) 10 h

d) 12 h

e) 4 h

3) Quanto mede o menor ângulo entre os ponteiros de um relógio às 4h30?

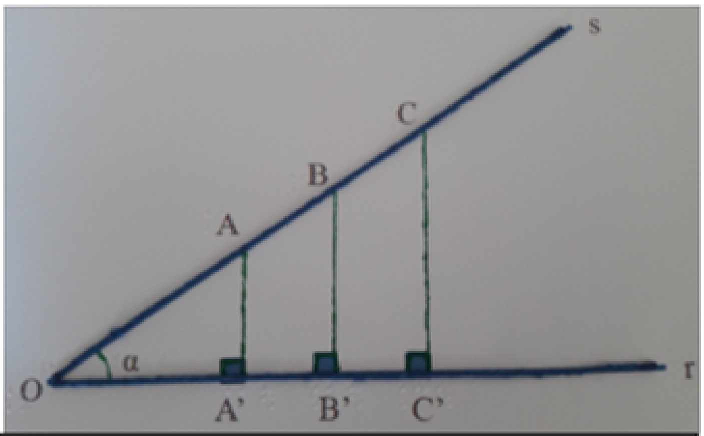
Recurso simulando os ponteiros de um relógio analógico

Fonte: Landim (2018, p. 220).

Figura 2.Segundo momento da Proposta de Ensino

TAREFAS PROPOSTAS

1) Calcular as razões entre os segmentos indicados em cada item ($\propto = 35^{o}$) :



DESCRIÇÃO: Representação de um ângulo em relevo

a) $\frac{\overline{AA'}}{\overline{OA'}} =$ $\frac{\overline{BB'}}{\overline{OB'}} =$ $\frac{\overline{CC'}}{\overline{OC'}} =$

b) $\frac{\overline{AA'}}{\overline{OA}} =$ $\frac{\overline{BB'}}{\overline{OB}} =$ $\frac{\overline{CC'}}{\overline{OC}} =$

c) $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} =$ $\frac{\overline{OB'}}{\overline{OB}} =$ $\frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} =$

- ✓ A partir dos resultados obtidos em cada item (a, b e c) o que podemos observar?
- ✓ Para um mesmo ângulo as razões obtidas tendem a apresentarem mesma medida em cada item?
- ✓ Se repetissemos o processo anterior para o ângulo 61°, por exemplo, as razões seriam as mesmas do ângulo ∝ cuja medida é 35°?
- ✓ Como é conhecida a razão obtida em cada item?

Fonte: Landim (2018, p. 229, adaptada).

6 Apresentação e análise dos resultados

No primeiro momento, as atividades propostas tinham como objetivo identificar saberes prévios dos estudantes sobre a ideia de ângulos, bem como suas características e propriedades (lados e vértice de um ângulo; medidas de ângulos; tipos de ângulos: agudo, reto, obtuso, raso). Para isso, retomou-se o estudo dos tipos de ângulos a partir de uma associação com tipos de giros (giro de uma volta e ângulo de uma volta, giro de meia volta e ângulo de meia volta ou ângulo raso, giro de ¼ de volta e ângulo de ¼ de volta ou ângulo reto) por meio do material concreto, que foi elaborado para esse fim, conforme exibido na Figura 1.

Na Questão 1 (Figura 1), o uso do material disponibilizado parece ter facilitado a retomada de tais conceitos, dado que apenas dois dos participantes apresentaram dificuldades para trazer à tona o que já conheciam sobre ângulos, mesmo com as intervenções. A propósito de explorar ainda mais a aprendizagem dos estudantes nesse tema e diversificar o tipo de situação, como propõe Vergnaud (1996), foram apresentadas as Questões 2 e 3 (Figura 1). Para a resolução dessas situações, lançou-se como sugestão um dispositivo manipulável e acessível aos participantes, semelhante a um relógio analógico.

Essas questões exigiam dos estudantes a mobilização de novos invariantes; já não era suficiente apenas considerar a ideia de ângulo e suas tipologias, mas a disposição dos ponteiros de um relógio analógico, a forma de indicação das horas e a medida de ângulo existente entre uma marcação e outra. Por isso, certificou-se, antecipadamente, se os participantes já dispunham dessa competência. Nessa abordagem, identificou-se que dois deles pareciam não apresentar tal habilidade, conforme as seguintes falas: "Eu num sei como descobrir as horas num relógio, nunca vi um relógio" (Wallace, 19 anos, 3º ano do Ensino Médio); "Eu já mexi num relógio, mas faz tempo, não lembro mais" (José, 18 anos, 3º ano do Ensino Médio).

Diante dessa constatação, desenvolveram-se algumas orientações no sentido de encorajar o entendimento lógico da indicação das horas em um relógio analógico, dado que poderia contribuir com a analogia proposta para o estudo dos tipos de ângulos (Figura 1). O fato de alguns estudantes cegos, concluintes do Ensino Médio, ignorarem o reconhecimento das horas no relógio analógico pode ser explicado em função de essa necessidade ter sido substituída pelos recursos de acessibilidade disponíveis atualmente nos equipamentos eletrônicos: *smartphones, tablets* e computadores. Existem, também, relógios inteligentes em braille, inclusive com outras funções como a leitura de mensagens de texto, embora não seja um aparato, financeiramente, acessível a muitas pessoas cegas.

O emprego de tarefas que usem elementos do cotidiano é comum no estudo inicial da trigonometria, o que pode auxiliar na compreensão do ciclo trigonométrico. Todavia, os estudantes apresentaram mais dificuldades nesse tipo de situação do que o que foi observado na Questão 1, principalmente, quando precisaram identificar a região formada pelos ponteiros do relógio às 4h30 (Questão 3). Nesse caso, não era suficiente apenas "contar" a quantidade de regiões demarcadas entre um ponteiro e outro, que foi a estratégia empregada na Questão 2. Inicialmente, nenhum dos estudantes conseguiu resolver o problema proposto na Questão 3. Essa dificuldade foi, aos poucos, contornada com algumas reflexões sobre o deslocamento dos ponteiros e a medida da região demarcada entre um ponteiro e outro, inclusive, considerando os casos nos quais esse movimento não alcança uma volta completa.

A partir das tarefas propostas no segundo momento (Figura 2), a expectativa era que os estudantes fossem capazes de perceber que, em cada item (*a, b* e *c*), as razões obtidas para um ângulo de mesma medida são constantes e que cada uma dessas razões recebe um nome específico – tangente, seno e cosseno, respectivamente. Entretanto, apenas um dos estudantes foi capaz de perceber que os triângulos eram semelhantes: "Esses são todos semelhantes, porque saem do mesmo ponto, então o ângulo é o mesmo e, também todos tem o ângulo de noventa graus, então o outro também é igual nos três" (Wallace, 19 anos, 3º ano do Ensino Médio).

O avanço dos demais estudantes exigiu uma intervenção mais efetiva, sobretudo analisando com cada estudante as medidas dos ângulos de cada triângulo e a retomada de estudos anteriores. No caso de Wallace, para a verificação da medida dos segmentos utilizou-se uma régua com marcações em relevo. Os pontos foram dispostos cuidadosamente, evitando, com isso, segmentos de medidas incompatíveis com o instrumento disponibilizado (Figura 2).

O entendimento de que em cada item as três razões obtidas tinham, aproximadamente, o mesmo valor não foi uma tarefa complexa, sobretudo porque, como destacado, os segmentos foram definidos propositalmente, afastando dificuldades que fossem alheias às habilidades que estavam sendo observadas. Por outro lado, a percepção de cada uma dessas razões como uma razão trigonométrica exigiu maior esforço, principalmente com relação à nomenclatura empregada. É o caso do que foi observado também na proposição do estudante Erivaldo (18 anos, 3º ano do Ensino Médio).

> Experimentador: Observando os valores do item a, o que você observa que parece acontecer com esses valores?
> Erivaldo: Eles são iguais ou aproximados.
> Experimentador: Entendi, mas por que esses resultados tendem a serem os mesmos?
> Erivaldo: Eu num sei, mas acho que tem alguma coisa com o ângulo, porque o ângulo é sempre o mesmo.
> Experimentador: Então, fazendo os mesmos procedimentos com um ângulo de outra medida, o que você pensa que iria ocorrer?
> Erivaldo: Eu acho que a mesma coisa, podia arredondar tudo num valor só também.
> Experimentador: Mas esse valor seria o mesmo desse ângulo de 35º que estamos trabalhando agora?
> Erivaldo: Acho que não, pode ser que cada ângulo tenha valores diferentes.
> Experimentador: Você se lembra de algum nome que pode ser dado para representar os resultados que alcançou em cada caso?

> Erivaldo: Não, acho que nunca tinha visto isso não. Eu só lembro da professora já ter passado uns problemas de medidas grandes mesmo, que dificulta medir normal como as outras coisas, o tamanho de uma escada, o tamanho de uma pessoa.
> Experimentador: E você lembra como fazia para resolver esses problemas?
> Erivaldo: Não, eu nunca fazia não, a professora me colocava pra sentar do lado de alguma pessoa da sala, ele fazia depois me dizia como era que tinha feito.

As indicações de Erivaldo explicitam a dificuldade em relacionar as razões obtidas com os saberes relativos a cada situação (tangente, seno e cosseno). Por outro lado, indica que parte dessa dificuldade pode ser atribuída à escola, quando adota um caminho que o desobriga de realizar as atividades nas mesmas condições que os demais colegas da classe.

O estudante torna evidente a sua dificuldade na compreensão das razões trigonométricas, principalmente se forem consideradas a aprendizagem e a conceitualização na perspectiva apontada por Vergnaud (1996), quando propõe que a definição de um objeto e a sua compreensão são processos distintos. Não se pode dizer que um estudante orientado a agir apenas como telespectador na sala de aula está recebendo as oportunidades de aprendizagem a que tem direito. É difícil, senão impossível, alcançar a aprendizagem de um saber quando as filiações e rupturas que são inerentes ao processo ficam na responsabilidade do colega do lado, cabendo ao estudante cego apenas um papel secundário diante das tarefas, o que se coloca na contramão das perspectivas teóricas aqui tratadas (D'AMBRÓSIO, 1993; SADOVSKY, 2007; LANDIM, 2018).

Na atividade, para além da determinação das razões alcançadas em cada caso, o objetivo era que os participantes notassem, também, que o segmento oposto ao ângulo α ($\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}$) poderia estar tão distante quanto possível do ponto de origem *O* do ângulo dado; assim, todos os triângulos com vértice no ponto *O* e nos lados do ângulo seriam semelhantes ($\Delta A'A, \Delta B'B, \Delta C'C \dots$).

Os estudantes não apresentaram muitas dificuldades nessa tarefa. É possível que as intervenções e o material disponibilizado tenham sido imprescindíveis nesse entendimento. A título de exemplo, é o que revela o estudante Wallace (19 anos, 3º ano do Ensino Médio): "Ah, então é isso que eles usam para medir as coisas, eles usam triângulos semelhantes, pode ter uma reta muito longe da origem, que nem dê pra medir" [referindo-se à possibilidade de traçar um outro segmento oposto ao ângulo dado].

A disposição dos participantes frente às questões propostas revela que, quando são assegurados os meios que lhes permitem o acesso ao conhecimento, os estudantes cegos aprendem da mesma forma que os colegas sem deficiência, salvaguardando as peculiaridades de cada um. Por outro lado, em quase todos os casos, os participantes demonstraram dificuldades para resolver as tarefas apresentadas antes das intervenções propostas. Isso pode sinalizar que a compreensão desenvolvida, no decorrer da escolarização, a respeito dos saberes trigonométricos parece não ter sido suficiente para o desenvolvimento das competências previstas no currículo a fim de capacitá-los para elaborar e resolver problemas que envolviam semelhança de triângulos, razões métricas e trigonométricas, dentre outros saberes próprios do estudo inicial de trigonometria.

Considerações finais

O artigo apresentado buscou responder à questão: *De que forma estudantes cegos desenvolvem competências relacionadas aos saberes trigonométricos?* A preocupação com o processo de aquisição e de evolução das expectativas de aprendizagem previstas no currículo tem vindo à tona nas diferentes áreas, sobretudo a partir do acesso à escola conquistado por grupos historicamente excluídos desse direito, dentre esses, as pessoas com deficiência.

Em Matemática, ainda, há o reconhecimento de lacunas na formação do professor (D'AMBRÓSIO, 2008), o que contribui para o fortalecimento de uma perspectiva ortodoxa e absolutista no ensino dessa matéria (D'AMBRÓSIO, 1993; SADOVSKY, 2007). Com isso, o desenvolvimento dos estudantes, principalmente daqueles com deficiência, pode ficar prejudicado, uma vez que a manutenção de estratégias de ensino mais convencionais frequentemente ignora o perfil de quem aprende.

Nessa direção, o objetivo deste texto foi explicar o desenvolvimento de competências trigonométricas por estudantes cegos expostos a 28 tarefas organizadas em 4 blocos e vivenciadas com os participantes a partir de elementos do método clínico-piagetiano. Conforme tratado no texto, as situações foram elaboradas e analisadas a partir da Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Vergnaud (1996) a fim de explicar o desenvolvimento de competências pelos indivíduos a partir do que é explicitado na ação do sujeito.

A opção por analisar o desenvolvimento de competências trigonométricas decorre do fato de que, na tradição escolar, muitas vezes, os recursos utilizados pelo professor no tratamento desse tema privilegiam o sentido da visão com forte apelo a tarefas que requerem a leitura de imagens em situações como a identificação do ângulo de visão para o cálculo de uma medida ou de distância inacessível, como a largura de um rio ou a altura de uma torre de telecomunicação, por exemplo. Em tarefas dessa natureza, o estudante com deficiência visual pode ser prejudicado se as suas especificidades não são consideradas (FERNANDES, 2008).

Os resultados apontaram que os estudantes pareciam conhecer muito pouco sobre os saberes empregados nas tarefas apresentadas, mesmo já sendo escolarizados nesses temas. No entanto, com o desenvolvimento de algumas intervenções, foi possível reconhecer o progresso dos estudantes frente às situações propostas, principalmente devido à acessibilidade dos materiais disponibilizados e à confiança na capacidade dos estudantes de darem conta das tarefas apresentadas. Pelo exposto, a conclusão é que os estudantes cegos aprendem trigonometria a partir de processos similares aos seus colegas sem deficiência, desde que tenham oportunidades equitativas de acesso a esse saber e que os professores acreditem na capacidade de esses estudantes desenvolverem as suas competências, quer seja em trigonometria, quer seja em outros saberes.

O fato é que, com o emprego de recursos acessíveis e confiança no êxito dos participantes, os resultados demonstraram que a deficiência não é um obstáculo à aprendizagem quando a escola é capaz de se comunicar com o estudante. Por isso, é importante que outros estudos sejam desenvolvidos a fim de contribuir para assegurar o direito de aprender de todos os estudantes em condições justas e equitativas, conforme as suas singularidades. Nesta matéria, merece destaque o desenvolvimento de propostas que favoreçam estratégias mais inclusivas em todas as áreas, principalmente em Matemática.

Referências

ALARCÃO, Isabel. *Professores reflexivos em uma escola reflexiva*. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2003. 102 p.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC: SEB, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; v. 2).

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)*: Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. Secretaria de Direitos Humanos da Presidência da República. *Cartilha do Censo 2010*: pessoas com deficiência. Brasília: SDH-PR: SNPD, 2012. Disponível em: https://inclusao.enap.gov.br/wp-content/uploads/2018/05/cartilha-censo-2010-pessoas-com-deficienciareduzido-original-eleitoral.pdf. Acesso em: 25 jun. 2023.

BRITO, Arlete de Jesus; MOREY, Bernadete Barbosa. Trigonometria: dificuldades dos professores de Matemática do ensino fundamental. *Revista Horizontes*, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 65-70, jan./jun. 2004.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio. *Pró-Posições*, Campinas, v. 4, n. 1[10], p. 35-41, mar. 1993.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação matemática:* da teoria à prática. 16. ed. Campinas: Papirus, 2008. 112 p.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática.* Tradução de Higyno H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. 844 p.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. *Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticos*: uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva. Orientador: Saddo Ag Almouloud. 2008. 272 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

LANDIM, Evanilson. *Nenhum a menos na aula de matemática*: representações sociais de inclusão de estudantes com deficiência visual e seus impactos na aprendizagem de razões trigonométricas. Orientadora: Lícia de Souza Leão Maia. Coorientadora: Wilma Pastor de Andrade Sousa. 2018. 272 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

LOPES, Jurema Rosa; VICTER, Eline das Flores; SOUZA, Carlos Antonio de. O uso da história da trigonometria no ensino. *Revista de Educação, Ciências e Matemática*, [Rio de Janeiro], v. 4, n. 1, p. 14-27, jan./abr. 2014.

MAIA, Lícia de Souza Leão. A teoria dos campos conceituais: um novo olhar para a formação do professor. *Boletim GEPEM*: Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática, Rio de Janeiro, n. 36, p. 37-48, fev. 2000.

MENDES, Iran Abreu. *O uso da história no ensino da matemática*: reflexões teóricas e experiências. Belém: EDUEPA, 2001. 90 p. (Série Educação).

NACARATO, Adair Mendes. A definição de seno apresentada nos livros didáticos de matemática do século XX. *In*: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 5., 2003, Rio Claro. *Anais V SNHM*. Rio Claro: SBHMAT, 2003. p. 205-213.

NACARATO, Adair Mendes; BREDARIOL, Claudia Cristiane; PASSOS, Miriam Paula Franco. Tendências presentes no ensino de trigonometria no Brasil: uma abordagem histórica. *In*: MENDES, Jackeline Rodrigues; GRANDO, Regina Célia. (org.). *Múltiplos olhares*: matemática e produção do conhecimento. São Paulo: Musa Editora, 2007. p. 65-93.

NUNES, Terezinha; CARRAHER, David William; SCHLIEMANN, Analúcia Dias. *Na vida dez, na escola zero*. 16. ed. São Paulo: Cortez, 2011. 208 p.

SADOVSKY, Patricia. *O ensino de matemática hoje*: enfoques, sentidos e desafios. Tradução de Antônio de Padua Danesi. São Paulo: Ática, 2007. 112 p. (Educação em ação).

VERGNAUD, Gérard. A teoria dos campos conceptuais. *In*: BRUN, Jean. (org.). *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191. (Colecção Horizontes Pedagógicos).

Recebido em: 3.4.2023
Revisado em: 20.5.2023
Aprovado em: 31.5.2023